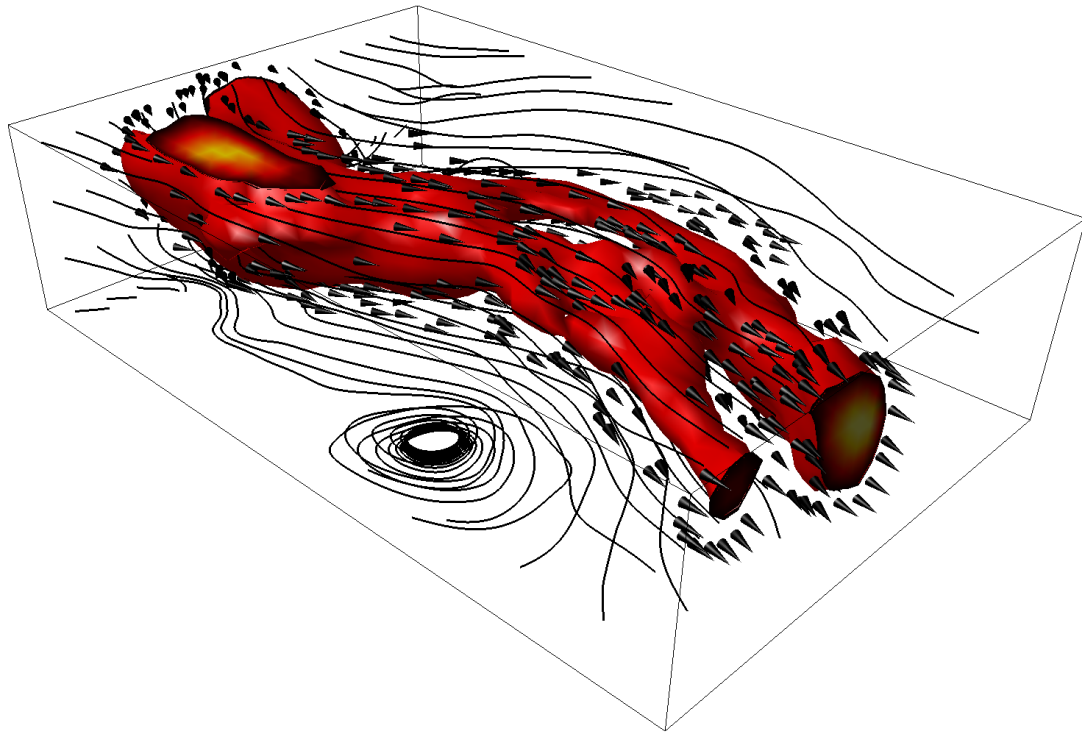




CHALMERS



Chalmers Tekniska Högskola Master's thesis template for L^AT_EX

A Subtitle that can be Very Much Longer if Necessary

Kandidatarbete inom Fysik

LIAM FALK, MOSTAFA GHASEMI, GRIFFIN HISCOKE, JOSE-
FINE JÄRVDALÉN, HAMPUS MORIN

INSTITUTIONEN FÖR FYSIK

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2026
www.chalmers.se

KANDIDATARBETE 2026

An Informative Headline describing the Content of the Report

A Subtitle that can be Very Much Longer if Necessary

LIAM FALK, HAMPUS MORIN, MOSTAFA GHASEMI, JOSEFINE
JÄRVDALÉN, GRIFFIN HISCOKE



CHALMERS

Institutionen för Fysik

Division of Division name

Name of research group (if applicable)

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2026

An Informative Headline describing the Content of the Report
A Subtitle that can be Very Much Longer if Necessary
LIAM FALK, HAMPUS MORIN, MOSTAFA GHASEMI, JOSEFINE JÄRVDALLEN & GRIFFIN HISCOKE

© LIAM FALK, HAMPUS MORIN, MOSTAFA GHASEMI, JOSEFINE JÄRVDALLEN & GRIFFIN HISCOKE, 2026.

Handledare: Joanna Ewa Sobczyk och Christian Forssén, Company or Department
Examinator: Jan Swenson

Kandidatarbete 2026
Institutionen för Fysik
Division of Division name
Name of research group (if applicable)
Chalmers Tekniska Högskola
SE-412 96 Göteborg
Telephone +46 31 772 1000

Cover: Wind visualization constructed in Matlab showing a surface of constant wind speed along with streamlines of the flow.

Typeset in $\text{\LaTeX}$
Printed by Chalmers Reproservice
Gothenburg, Sweden 2026

An Informative Headline describing the Content of the Report
A Subtitle that can be Very Much Longer if Necessary
NAME FAMILYNAME
Department of Some Subject or Technology
Chalmers University of Technology

Sammandrag

An Informative Headline describing the Content of the Report
A Subtitle that can be Very Much Longer if Necessary
NAME FAMILYNAME
Department of Some Subject or Technology
Chalmers University of Technology

Abstract

Keywords: .

Tillkännagivanden

Name Familynamne, Gothenburg, Month Year

Innehållsförteckning

1	Inledning	1
2	Teori	3
2.1	Leptoner	3
2.2	Neutrinooscillation	3
2.3	Masshierarki	4
2.4	CP-violation	4
2.5	Neutrino-kärnspridning	4
2.5.1	Kvasielastisk spridning	5
2.6	NuWro	5
2.7	Tvärsnitt	5
2.8	Fermigasmodell	6
2.9	Monte Carlo-metoder och integration	6
2.9.1	Monte Carlo-integration	7
2.9.2	Användning av Monte Carlo i NuWro	8
2.9.3	Spektralfunktion	8
2.10	Monte Carlo-händelsegenerator	8
2.11	Interpolering	8
2.12	Ab initio-modellering	8
2.13	Neuralt nätverk	8
3	Metod	10
3.1	Neurala nätverk	10
3.1.1	Nuwro	11
3.1.2	Rmin/Rmed/Rmax	12
3.1.3	AI-LFG (QE)	12
3.1.4	Tvärsnitt från NuWro-händelser vs. teoretiskt	12
4	Resultat	13
4.0.1	Bästa NN	13
4.0.2	Rmin/Rmed/Rmax	13
4.0.3	AI-LFG (QE)	13
5	Diskussion	14
6	Slutsatser	15
7	Vidare studier	16

1

Inledning

Människans strävan att förstå universums uppbyggnad har under lång tid drivit utvecklingen inom kärn- och partikelfysik. Dessa områden har gjort det möjligt att identifiera ett stort antal elementarpartiklar och beskriva deras inbördes växelverkan med hög precision. Trots detta återstår fortfarande betydande osäkerheter kring vissa partiklar. Neutriner utgör ett sådant exempel, där befintliga teoretiska modeller antingen bygger på approximationer med systematiska osäkerheter eller är beräkningsmässigt mycket krävande.

Inom studiet av neutrino-kärninteraktioner är noggranna teoretiska modeller avgörande för tolkningen av experimentella data, särskilt i neutrinooscillationsexperiment. Dessa modeller baseras dock ofta på förenklade eller fenomenologiska beskrivningar av kärnans respons, vilket kan introducera systematiska fel i simuleringar. Monte Carlo-generatorer såsom NuWro används för att modellera dessa interaktioner, men deras beskrivning av kärnresponsen är i många fall begränsad av sådana approximationer.

Ab initio-beräkningar, som utgår från fundamentala nukleon-nukleon-interaktioner, har visat potential att ge mer precisa beskrivningar av kärnans responsfunktioner. Dessa beräkningar är emellertid beräkningsmässigt kostsamma och ofta begränsade till diskreta punkter i parameterutrymmet, vilket försvårar direkt implementering i Monte Carlo-generatorer.

I detta arbete undersöks möjligheten att interpolera responsfunktioner erhållna från ab initio-beräkningar för att skapa en kontinuerlig representation som kan implementeras i NuWro. Syftet är att förbättra modellens fysikaliska realism utan att avsevärt öka den beräkningsmässiga kostnaden, och därigenom minska systematiska fel i simuleringar av neutrino-kärninteraktioner.

Kunskap om parametrar som beskriver fenomenet neutrinooscillation ger information om universums utveckling och egenskaper. Enligt [7] leder osäkerheter i neutrinokärntvärsnitt till systematiska osäkerheter i neutrinooscillationsparametrar och ett mål inom partikelfysik är att minska osäkerheten hos parametrar som beskriver neutrino oscillation [7]. Implementering av ab initio-beräkningarna i NuWro kan potentiellt minska osäkerheten i tvärsnittet jämfört med nuvarande teoretiska modeller.

Syftet med arbetet är att utifrån ab initio-beräknade datapunkter interpolera responsfunktion med en maskininlärningsmodell. Därmed kommer olika maskininlärningsmodeller och interpolationsmetoder testas under arbetets gång. Vidare, undersöka strukturen av NuWro och implementera de interpolerade responsfunktionerna för att erhålla neutrino-kärninteraktioner med hög precision.

Projektet har alltså två huvudmål: (1) Konstruera och utvärdera en modell (möjligtvis ett neuralt nätverk) som interpolerar mellan NRF:er framtagna med ab initio modellen, för olika värden på rörelsemängdsöverföringen q . (2) Implementera de interpolerade NRF:erna i Monte Carlo-händelse-generatorn NuWro, beräkna det totala tvärsnittet för neutrinospredning och

jämföra med experimentella resultat.

- förståelse kring teori - utforska teoretisk modeller, såsom fermigas - utforska interpoleringsmetoder - undersöka NuWros kodstruktur - implementera de interpolerade responsfunktionerna i nuwro

Projektet avgränsas till att endast beskriva den kvasi-elastiska toppen i tvärsnittet för neutrino-kärninteraktion. Det motsvarar huvudsakligen processer där en enskild nukleon slås ut ur kärnan. Det innebär att områden såsom resonansområdet och djup-inelastisk spridning inte behandlas av arbetet.

2

Teori

2.1 Leptoner

Neutriner är en typ av leptoner. Leptoner är elementarpartiklar och har spinn $\frac{1}{2}$. Det finns tre olika laddade leptoner, elektronen e , myonen μ samt tauonen τ och tre olika neutrala leptoner. De oladdade leptonerna är elektronneutrinon ν_e , tauneutrino ν_τ samt myonneutrinon ν_μ . De olika typerna av neutriner kallas smaker [2].

2.2 Neutrinooscillation

Neutrinooscillationer är ett kvantmekaniskt fenomen där en neutrino kan ändra *smak* (ν_e , ν_μ , ν_τ) under sin utbredning. Neutriner produceras och detekteras som smaktillstånd via den svaga växelverkan, medan deras fria utbredning naturligt beskrivs i basen av masstillstånd. Eftersom smaktillstånd och masstillstånd inte sammanfaller kan en producerad neutrino representeras som en superposition av flera masstillstånd. Dessa komponenter ackumulerar olika faser när neutrinen färdas, och interferensen mellan dem gör att sannolikheten att observera en viss smak varierar med neutrinoenergin E och färdsträckan L . Oscillationer utgör därmed ett centralt verktyg för att undersöka neutrinoegenskaper och implicerar att neutriner inte kan vara helt masslösa (minst en masskillnad måste vara skild från noll) [2].

Fenomenet att neutriners smaktillstånd kan uttryckas som en linjärkombination av tillstånd med bestämd massa kallas neutrinomixning.[kursbok s.90] I ekvation 2.1 kopplas smaktillstånden ihop med masstillstånden ν_1, ν_2, ν_3 . Matrisen i ekvation 2.1 är den så kallade unitära Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) matrisen. Elementen i PMNS matrisen beskriver relationen mellan neutrinos masstillstånd och smaktillstånd och denna neutrinomixning ger upphov till neutrinooscillation. Elementen är således parametrar som beskriver neutrinooscillationernas egenskaper [11].

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Som exempel betraktas en elektronneutrino. Tidsevolutionen av vågfunktionen som beskriver elektronneutrinon ges i ekvation 2.2 där ϕ_i är fasen associerad med planvågen som beskriver

ν_i .

$$\begin{aligned} |\psi(x, t)\rangle = & \left(U_{e1}^* U_{e1} e^{-i\phi_1} + U_{e2}^* U_{e2} e^{-i\phi_2} + U_{e3}^* U_{e3} e^{-i\phi_3} \right) |\nu_e\rangle \\ & + \left(U_{e1}^* U_{\mu 1} e^{-i\phi_1} + U_{e2}^* U_{\mu 2} e^{-i\phi_2} + U_{e3}^* U_{\mu 3} e^{-i\phi_3} \right) |\nu_\mu\rangle \\ & + \left(U_{e1}^* U_{\tau 1} e^{-i\phi_1} + U_{e2}^* U_{\tau 2} e^{-i\phi_2} + U_{e3}^* U_{\tau 3} e^{-i\phi_3} \right) |\nu_\tau\rangle \end{aligned} \quad (2.2)$$

$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\langle \nu_\mu | \psi(x, t) \rangle|^2 = |U_{e1}^* U_{\mu 1} e^{-i\phi_1} + U_{e2}^* U_{\mu 2} e^{-i\phi_2} + U_{e3}^* U_{\mu 3} e^{-i\phi_3}|^2$ och eftersom PMNS matrisen är unitär ($UU^\dagger = I$) kommer sannolikheten att bli noll om det går att faktorisera ut fasfaktorerna. Detta sker då alla fasfaktorer är lika. Samma resonemang kan appliceras på sannolikheten $P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau)$. Faserna är olika om och endast om minst två massor till massegentillstånden skiljer sig och det följer att neutrinooscillation endast kan ske då alla tre massor inte är indentiska. Detta innebär också att neutriner inte kan vara masslösa [11].

I många neutrinoexperiment bestäms oscillationsparametrar genom att jämföra det antal neutriner av en viss smak som förutsägs av en oscillationssannolikhet med det antal som observeras i detektorn. För att en sådan jämförelse ska vara meningsfull behöver neutrinoenergin vid en observerad kollision rekonstrueras och vilken typ av växelverkan som har inträffat klassificeras. Till skillnad från laddade partiklar lämnar neutriner inget direkt spår i detektorn; i stället måste informationen återskapas utifrån de sekundärpartiklar som produceras i själva interaktionen.

2.3 Masshierarki

I dagsläget är absoluta massorna hos masstillstånden inte fastställda men information om masskvadratskillnaderna har erhållits via neutrinooscillationsexperiment. Huruvida $m_3 > m_2$ eller $m_3 < m_2$ har ännu inte bestämts och det finns två möjliga masshierarkier. Det är möjligt att massorna har en påverkan på universums utveckling [11].

2.4 CP-violation

Paritet är en egenskap som beskriver ett fysikaliskt tillstånd förändras vid rumslig spegling [2]. Operationen då en partikel byts ut mot en antipartikel kallas laddningskonjugation och vid starka och elektromagnetiska interaktioner bevaras paritet och laddningskonjugation [2]. CP-violation uppstår då PMNS-matrisen innehåller en komplex fas [BSmeeting] och innebär att paritet och laddningskonjugation inte bevaras [2]. Paritet och laddningskonjugation är inte bevarad vid svaga interaktioner [2]. I universum finns mer materia än antimateria och CP-violation är nödvändigt för att förklara detta fenomen [11].

2.5 Neutrino-kärnspridning

1tri Neutrino-kärnspridning sker genom ett antal olika interaktioner. Vilken process som är mest betydande beror främst på den inkommande neutrinons energi samt hur mycket energi (ω) och rörelsemängd (q) som förs över till kärnan. Dessa storheter avgör neutrino-interaktionens upplösning, det vill säga hur detaljerat atomkärnans inre struktur kan sonderas. Vid mycket liten rörelsemängdsöverföring kan spridningen vara elastisk och koherent. Neutrinen växelverkar då med kärnan som en helhet, och kärnan förblir i sitt initialtillstånd (bortsett från en liten rekyl). När energi- och rörelsemängdsöverföringen ökar kan spridningen bli inelastisk, så att kärnan hamnar i ett exciterat tillstånd.

I ett stort kinematiskt område är kvasielastisk spridning viktig, där neutrinen approximativt växelverkar med en enskild nukleon i kärnan. I det kvasielastiska området är dock kärnfysiken fortfarande avgörande - nukleonerna är bundna i kärnan och kan dessutom vara korrelerade med varandra, vilket påverkar både de möjliga sluttillstånden och hur energi och rörelsemängd fördelas i processen. Därför beskrivs ofta växelverkan med kärnresponsfunktioner. De sammanfattar hur kärnan reagerar på den svaga växelverkan och fungerar som en länk mellan den del av händelsen som rör den inkommande och utgående partikeln.

Vid ännu större energiöverföring kan neutrinon i stället skapa pioner, och vid tillräckligt hög upplösning blir den avgörande mekanismen djupt inelastisk spridning där neutrinen sonderar nukleonens inre struktur i form av kvarkar och gluoner [8].

2.5.1 Kvasielastisk spridning

Vid kvasielastisk spridning växelverkar den inkommande partikeln med en bunden nukleon i rörelse, vilket kan resultera i att nukleonen i fråga slås ut. Det är den spridning som står för huvuddelen av växelverkan vid energier upp till 1GeV. Det är vanligt förekommande att neutriners energier i experiment ligger i det område där kvasielastisk spridning dominerar. Kvasielastisk spridning liknar elastisk spridning men har en bredare pik än den skarpa piken vid elastisk spridning [12].

2.6 NuWro

NuWro är en Monte Carlo-händelsegenerator med öppen källkod skriven i C++, utvecklad vid Wroclaws universitet. NuWro kan används för att simulera neutrinointeraktioner med två olika typer av mål, neutrinokärnväxelverkan samt neutrinonukleonväxelverkan. Två olika kärnmodeller kan väljas i NuWro, fermigasmodellen eller spektralfunktionen och med hjälp av NuWro är det möjligt att utvärdera hur mätbara storheter såsom tvärsnitt påverkas av olika teoretiska implementationer. I NuWro finns olika dynamiska modeller implementerade, däribland kvasielastisk spridning för laddad ström [4].

2.7 Tvärsnitt

Inom subatomär fysik är tvärsnitt en area som kvantifierar sannolikheten att en viss reaktion ska ske då en partikel skickas mot en målpartikel [10]. Tvärsnitt anges normalt i barn där en barn motsvarar 10^{-24} kvadratcentimeter [10]. När det gäller neutrino-kärn-reaktioner kvantifierar det totala tvärsnittet σ sannolikheten att en inkommande neutrino ska växelverka med en atomkärna [arxiv]. Det förekommer även differentiella tvärsnitt och dubbelt differentiella tvärsnitt. Ett exempel på ett differentiell tvärsnitt är $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ som kvantifierar sannolikheten att en utåtgående parti kel observeras inom rymdvinkeln Ω [8]

Det dubbel-differentiella tvärsnittet $\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\epsilon'}|_{\nu/\bar{\nu}}$ för neutrino ν eller antineutrino $\bar{\nu}$ beräknas enligt

$$\frac{d\sigma}{d\cos(\theta)d\epsilon'}|_{\nu/\bar{\nu}} = \frac{G^2}{8\pi^2} \frac{k^2}{\epsilon} [v_{00}R_{00} + v_{zz}R_{zz} - v_{0z}R_{0z} + v_{xx}R_{xx} \mp v_{xy}R_{xy}] \quad (2.3)$$

där Fermi konstanten $G = 1.1663787 \times 10^{-11} [MeV^{-2}]$, ϵ är ingående partikles energi och ϵ' utgående, k' är storlek av utgående partikels trerörelsemängdsmomentvektor, $R_{00}, R_{zz}, R_{0z}, R_{xx}, R_{xy}$ NRF:er och $v_{00}, v_{zz}, v_{0z}, v_{xx}, v_{xy}$ leptoniska kinematiska faktorer. De kinematiska leptoniska

faktorerna beräknas enligt

$$v_{00} = 2\epsilon\epsilon' \left(1 + \frac{k'}{\epsilon'} \cos(\theta) \right), \quad (2.4)$$

$$v_{zz} = \frac{\omega^2}{q^2}(m_l^2 + v_{00}) + \frac{m_l^2}{q^2}[m_l^2 + 2\omega(\epsilon + \epsilon') + q^2], \quad (2.5)$$

$$v_{0z} = \frac{\omega}{q}(m_l^2 + v_{00}) + m_l^2 \frac{\epsilon + \epsilon'}{q}, \quad (2.6)$$

$$v_{xx} = Q^2 + \frac{Q^2}{2q^2}(m_l^2 + v_{00}) - \frac{m_l^2}{q^2} \left[\frac{m_l^2}{2} + \omega(\epsilon + \epsilon') \right], \quad (2.7)$$

$$v_{xy} = Q^2 \frac{\epsilon + \epsilon'}{q} - m_l^2 \frac{\omega}{q} \quad (2.8)$$

där q är beloppet av den tredimensionella momentöverföringen, ω är energiöverföringen, m_l massan hos utgående lepton, k' storlek hos utgående leptons trerörelsemängdsvektor och $Q^2 = q^2 - \omega^2$. Ytterligare förhåller sig $\cos(\theta)$ och k, k', q enligt

$$\begin{aligned} q &= \vec{k} - \vec{k}' \\ q^2 &= k^2 + k'^2 - 2kk' \cos(\theta) \\ \cos(\theta) &= \frac{k^2 + k'^2 - q^2}{2kk'}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.8 Fermigasmodell

Fermigasmodellen är en modell som behandlar neutroner och protoner i atomkärnan som två oberoende system av nukleoner som uppfyller Paulis uteslutningsprincip. Nukleonerna antas röra sig fritt inom en begränsad volym som representeras av en ändlig potentialbrunn. I modellen betraktas en potential för var och ett av de två systemen, det vill säga en neutronpotential och en protonpotential där potentialen är en superposition av enskilda nukleoners potential. [kursbok s.308.]Eftersom två nukleoner inte kan ockupera samma tillstånd samtidigt kommer tillstånden i potentialbrunnen att fyllas på successivt från det med lägst energi upp till det med högst energi.

Fermigasmodellen kan användas vid simuleringar av kvasielastisk neutrino-kärnspridning. Detta är en approximation och

2.9 Monte Carlo-metoder och integration

Detta arbete rör Monte Carlo-metoder (MC) i syftet att behandla komplexa icke-analytiska funktioner. I NuWro används huvudsakligen två metoder:

- MC-sampling för att göra slumpdragningar ur distributioner, för att generera observationer och händelser från simulerade acceleratorexperiment
- MC-integration för att beräkna det totala tvärsnittet för en interaktion utifrån det differentiella tvärsnittet uttryckt i olika variabler.

Monte Carlo-metoderna har fördelen att de fungerar på komplexa, högdimensionella och icke-analytiska funktioner. NuWro innehåller ett antal olika modeller för olika typer av interaktioner

och dessa är uttryckta på olika former, bland annat som rena matematiska funktioner, förberäknade tabellvärden eller andra mer procedurella metoder. Som skall ses fungerar MC väl som ett universellt gränssnitt för att sammanföra alla dessa modeller. QEL-modellen som implementeras i detta arbete bygger på tabelldata genererad från en mycket beräkningsintensiv process, vilket direkt gör den icke-analytisk. Därtill försvåras beräkningarna till följd av oregelbundna integrationsgränser orsakade av fysikaliska restriktioner.

Grundproblemet är att göra slumpdragningar ur en distribution $f(x)$ med parametrar $x \in \mathbf{A}$ där $\mathbf{A}$ är parameterutrymden belägen i $\mathbf{R}^n$. Istället för att observera distributionsfunktionen och fördela dragningar därutefter görs processen i den motsatta riktningen: ett utfall föreslås, och sannolikheten för att det utfallet skulle ha skett utvärderas utifrån distributionsfunktionen. Utfallet tilldelas en vikt w som är proportionell mot sannolikheten att det utfallet sparas till den slutliga listan med genererade utfall.

Skälet att en vikt används istället för den direkta sannolikheten är för att kompensera distributionen i slumpdragningen av parametern x i A . Vi ser här till fallet att f inte är en normaliserad sannolikhetstäthetsfunktion. I fall av en uniform distribution måste utfallets vikt skalas med storleken av A : om storleken dubblas kommer hälften hälften så många händelser genereras i ett visst spann. På så sätt behålls samma totala vikt i detta spann med samma totala antal dragningar.

Vissa områden av A kan även vara mer intressanta eller detaljerade än andra. Exempelvis erhålls ingen information från att göra dragningar i ett område där sannolikheten är 0. Förutom att snäva åt integrationsområdet kan en transformation appliceras på den dragningsdistributionen för att ge en större andel utfall i det sökta området, vilket gör samplingen mer effektivt. För att kompensera den förändrade distributionen behöver jacobianen $J(x)$ av transformationen beräknas och appliceras på vikten. Samma metod kan även användas för att sampla utfallsrymden i en annan parametrisering än vad funktionen är uttryckt i.

Processen inleds således med att välja en punkt x i parameterutrymden $\mathbf{A}$. Därefter beräknas vikten

$$w = f(x) \cdot A \cdot J(x). \quad (2.10)$$

Vikten är proportionell mot sannolikheten att den dragna händelsen behålls eller slängs. Processen upprepas till dess att det önskade antalet godtagna händelser har erhållits. Distributionen i parameterutrymden av dessa händelser kommer då följa distributionen f .

2.9.1 Monte Carlo-integration

Förutom för att sampla utfall kan vikterna användas för att beräkna integralen av den samplade funktionen.

Det värdet för en funktion över integrationsområdet $\mathbf{A}$ beräknas analytiskt enligt

$$F = \int_{\mathbf{A}} f(x) dx. \quad (2.11)$$

En för det flesta funktioner dålig approximation är att välja en punkt x och anta att f är konstant på hela integrationsspannet

$$\hat{F} = f(x) \cdot A. \quad (2.12)$$

För att förbättra denna approximation kan istället många slumpmässigt valda punkter x_n snittas över:

$$\hat{F} = \sum_{n=1}^N \frac{f(x_n)J(x_n)A}{N}. \quad (2.13)$$

Felet $F - \hat{F}$ är proportionellt mot $1/\sqrt{N}$, så att approximationen blir allt mer exakt med fler dragningar. Detta är inte särskilt bra jämfört med till exempel Simpsons regel som konvergerar med $1/N^4$ - men detta antar kontinuerliga, endimensionella funktioner. Konvergensen för MC gäller även för kontinuerliga och högdimensionella funktioner [6].

2.9.2 Användning av Monte Carlo i NuWro

2.9.3 Spektralfunktion

2.10 Monte Carlo-händelsegenerator

Neutrinoexperiment använder Monte Carlo-baserade händelsegeneratorer för att skapa simulerade uppmätta händelser från teoretiska modeller. Detta görs genom att sampla den möjliga utfallsrymden (phase space") och beräkna händelsevikter utifrån

En generator skapar syntetiska händelser genom att sampla möjliga utfall enligt sannolikheter som bestäms av neutrino-kärn-tvärsnitt och den tillhörande kinematiken. Dessa simulerade händelser kan därefter jämföras med data och användas i rekonstruktions- och osäkerhetsanalyser.

2.11 Interpolering

Interpolering är en metod då en okänd datapunkt inom ett intervall av kända datapunkter approximeras med hjälp av dessa kända värden [9]. Det finns olika interpoleringsmetoder, däribland linjär interpolering, bilinjär interpolering samt splineinterpolering. Vid linjär interpolering antas det okända värdet mellan två kända datapunkter ligga på en rät linje som skär de två kända punkterna [9]. Bilinjär interpolering kan användas för approximering av en punkt som beror av två variabler och innebär linjär interpolering i först den ena riktningen och därefter i den andra.

Splineinterpolering

2.12 Ab initio-modellering

2.13 Neuralt nätverk

Arbetet kommer att använda ett neuralt nätverk för att interpolera ab initio-beräknade datapunkter för att producera responsfunktioner. Det finns flera typer av neurala nätverk, fokus kommer att vara på ett djupt framåtriktad nätverk, som är fullt kopplat. Inom litteratur är dessa nätverk även kända som multilayer perceptrons (MLPs).

Nätverkets mål är att approximerar en funktion som beskriver given data bäst. Det vill säga, definierar en avbildning $\mathbf{y} = f_{\theta}(\mathbf{x})$ där θ representerar modellens träningsbara parametrar. Under träningen justeras dessa parametrar för att erhålla en så god approximation av sambandet mellan indata och utdata som möjligt [5]. Nätverket består av ett inmatningslager, ett antal

dolda lager samt ett utmatningslager. Inmatningslagret tar emot data i form av features, det vill säga numeriska representationer av datans egenskaper, och vidarebefordrar dessa till de dolda lagren. Varje dolt lager transformerar sin indata och skickar resultatet vidare genom nätverket. Antalet lager avgör nätverkets djup, och eftersom endast utdata från det sista lagret observeras kallas de mellanliggande lagren för dolda [5].

Transformationen i varje lager kan beskrivas matematiskt som

$$h^{(l)} = \sigma(W^{(l)}h^{(l-1)} + b^{(l)}), \quad (2.14)$$

där $W^{(l)}$ och $b^{(l)}$ är lagrets vikter respektive bias, och σ är en aktiveringsfunktion. Först appliceras alltså en affin transformation, följt av en icke-linjär aktiveringsfunktion. Denna icke-linearitet är avgörande för att nätverket ska kunna representera komplexa samband i datan.[5].

Under träningsprocessen konfigureras nätverkens parametrar med hjälp av ett samarbete mellan en förlustfunktion och en optimeringsalgoritm. Nätverket utför en prediktion $\hat{y}_i = f_{\theta}(x_i)$ och med hjälp av förlustfunktionen beräknar felet jämfört den sanna träningspunkten (x_i, y_i) . Under regressionsproblem är mean squared error (MSE) en vanlig förlustfunktion och beräknas enligt,

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{y}_i - y_i)^2, \quad (2.15)$$

där N är antalet datapunkter. Förlustfunktionen är därmed ett mått på hur väl modellen beskriver data. Optimeringsalgoritmen, exempelvis Adam, har som mål att minimera förlustfunktionen. Adam är en metod som bygger på gradientbaserad optimering. Det innebär att gradienten av förlustfunktionen med avseende på modellens parametrar beräknas med hjälp av backpropagation. Parametrarna justeras därefter iterativt i den riktning som minskar förlustfunktionen [5] [3].

I fysikaliska tillämpningar av neurala nätverk kan fokuset vara att approximera eller interpolera specifika områden av en funktion. Det kan därmed vara nödvändigt att introducera en viktad förlustfunktion som klassar fel i fokusområdet större än i ointressanta områden.

Ett vanligt problem med maskininlärningsmodeller är under- och överanpassning av träningsdata. Problemen uppstår huvudsakligen under processen att minska träningsfelet, samt minimera gapet mellan träning- och testdata. Underanpassning är när modellen inte lyckas uppnå ett felvärde tillräckligt lågt på träningsdata. Överanpassning innebär en stor skillnad mellan träningsfelet och testfelet [5].

3

Metod

Källor söktes främst via Chalmers biblioteks sökverktyg. Vid urvalet prioriterades vetenskapliga artiklar publicerade i etablerade tidskrifter samt kurslitteratur.

Det finns flera möjliga metoder för att utföra interpoleringen av den högkvalitativa datan. I en inledande fas testades olika interpoleringsmodeller, däribland neutralt nätverk, linjär interpolering, bilinjär interpolering och interpolering efter bastransformation (ortogonal dekomposition) eller koordinattransformation. Interpoleringsmetoden utvärderades genom jämförelse mellan interpolerade kurvor samt ursprungliga kurvor. Efter den utforskande fasen av projektet gjordes valet att gå vidare med interpolering med neutralt nätverk.

Projektet delades därefter upp i två olika delar som bearbetades parallellt. Den ena deluppgiften innefattade att välja en metod för att utvärdera prestandan hos ett neutralt nätverk med syfte att interpolera mellan ab initio beräkningar. Därefter utvärderades val av olika arkitekturer och hyperparametrar systematiskt. Deluppgiften innefattade också att undersöka ifall det var gynnsamt att interpolera med hjälp av två olika nätverk där det ena tränades till att interpolera mellan responsfunktioner beräknade med spektralfunktionsmodellen. Det andra neurala nätverket skulle sedan interpolera residualerna mellan responsfunktionerna från ab initio beräkningar och spektralmodellen. I slutändan togs beslutet att endast använda ett neutralt nätverk som interpolerade direkt mellan responsfunktioner från ab initio-beräkningar.

Den andra deluppgiften gick ut på att implementera ab initio-beräkningarna i NuWro. Detta gjordes i två steg. Först implementerades den lokala fermigasmodellen i NuWro och det dubbel-differentiella tvärsnittet beräknat i NuWro jämfördes med teori beräknat i Phyton. När dessa värden överensstämde implementerades ab initio-beräkningarna i NuWro. För att beräkna det dubbel differentiella tvärsnittet krävs NRF:er för olika q och dessa togs fram med hjälp av det neurala nätverket. Det totala tvärsnittet beräknat i NuWro före och efter implementering av ab initio-responsfunktionerna jämfördes sedan med experimentell data.

3.1 Neurala nätverk

För att identifiera nätverksstrukturen och uppsättningen av hyperparametrar för det neurala nätverket genomfördes en systematisk modellselektion. En egenutvecklad funktion i Python skapades för att träna och utvärdera flera neurala nätverk med varierande konfigurationer.

- **Nätverksarkitektur:**

– [64, 64]

- [256, 256]
- [256, 256, 128, 128, 64]
- [128, 128, 128, 128, 128, 128, 128, 128, 128, 128]
- [128, 128, 128, 128, 128, 128]
- [128, 128, 64]
- **Aktiveringsfunktion:** GELU, SiLU, SELU och Tanh.
- **Optimerare:** AdamW.
- **Basinlärningshastighet:** 10^{-3} .
- **Schema för inlärningshastigheten:** fast värde, cosineschema och halvering vid plåtå.
- **Förlustfunktion:** MAE, MSE och viktad MAE.
- **Indatavarianter:**
 - *Base*: q och ω
 - *dist*: $q - \omega$ och ω/q
 - *logs*: $\log(1 + q)$ och $\log(1 + \omega)$
 - Kombinationerna *Base+dist*, *Base+logs* och *Base+dist+logs* testades också.
- **Normalisering:** med respektive utan normalisering.
- **Enhetssystem:** MeV och GeV.
- **Utvärdering:** sexfaldig korsvalidering, där en kurva användes för validering och fem för träning i varje delning.

Den viktade MAE:n definierades som

$$w_i^{(c)} = 1 + \alpha \left(\frac{|y_i^{(c)}|}{\max |y^{(c)}|} \right)^p, \quad \mathcal{L}_{\text{wMAE}} = \frac{1}{5} \sum_{c=1}^5 \frac{\sum_i w_i^{(c)} |\hat{y}_i^{(c)} - y_i^{(c)}|}{\sum_i w_i^{(c)}},$$

där $\alpha = 4$ och $p = 1$.

3.1.1 Nuwro

Vid installationen av NuWro kompilerades först programbiblioteket PYTHIA 6 som innehåller primitiv, modeller och teori för arbete med elementarpartiklar och högenergikrockar mellan dem [1]. ROOT, ett av CERN utvecklat ramverk för datahantering kompilerades sedan med beroende på PYTHIA 6. NuWro klonades från GitHub och kompilerades sist med beroende på ROOT.

NRF:er beräknade med lokala fermigasmodellen samt NRF:er beräknade med ab initio-modellen implementerades i NuWro genom att tabellvärden lades till i katalogen src. Beräkningen av det

differentiella tvärsnittet enligt[skriv vilek ekv] gjordes i en källfil som namngavs `ab_initio_event` och funktionerna deklarerades i en headerfil. Filerna placerades i katalogen `src`. Instruktionerna för att kompilera koden och integrera den i NuWro gavs i Makefile. Vid körning ställdes önskade parametervärden in genom redigering av textfilen `params` i mappen `data`. Den inkommande strålens energi sattes till 600 MeV och Pauli-blockering stängdes av, Alla dynamiska kanaler utom neutrino-elektron-spridning samt kvasielastisk laddad ström avaktiverades. Användningen av spektralfunktioner som kärnmodell samt RPA-korrelationer (Random Phase Approximation) stängdes av.

3.1.2 Rmin/Rmed/Rmax

3.1.3 AI-LFG (QE)

3.1.4 Tvärsnitt från NuWro-händelser vs. teoretiskt

Vid körning av NuWro sparas de genererade eventen i ROOT-filen "eventsout". Varje event är ett objekt som innehåller information om en enskild neutrino-kärninteraktion. För att validera att LFG-modellen implementerats korrekt jämfördes det teoretiska dubbel-differentiella tvärsnittet som funktion av ω beräknat i Python med det dubbel-differentiella tvärsnittet beräknat från de genererade händelserna. Det teoretiska tvärsnittet $\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\epsilon'}$ beräknades med ekvation 2.3. För att kunna jämföra differentiella tvärsnitt med varandra och jämsides NRF:erna är det användbart att göra en graf i ω för ett specifikt q . Det behövs då göras ett variabelbyte $(\cos\theta, \epsilon') \rightarrow (q, \omega)$. Från 2.9 kan jakobianen J härledas

$$\begin{aligned} 2q \, dq &= -2kk' \, d\cos(\theta) \\ J &= \frac{d\cos(\theta)}{dq} = \frac{q}{kk'}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

vilket multipliceras med det teoretiska tvärsnittet.

För att beräkna det differentiella tvärsnittet från genererade händelser antogs tvärsnittet vara konstant i ett litet tvådimensionellt intervall $\Delta q \Delta \omega$. Detta gav

$$\iint \frac{d\sigma}{dq d\omega} dq d\omega = \frac{d\sigma}{dq d\omega} \Delta q \Delta \omega$$

och

$$\frac{d\sigma}{dq d\omega} = \frac{1}{\Delta q \Delta \omega} \iint \frac{d\sigma}{dq d\omega} dq d\omega = \frac{1}{\Delta q \Delta \omega} \frac{\# \text{ events i } \Delta q \Delta \omega}{\text{totalt } \# \text{ events}} \cdot \sigma$$

där σ är det totala tvärsnittet.

4

Resultat

4.0.1 Bästa NN

Tabell 4.1: De tio bästa modellkonfigurationerna från hyperparametersökningen, rangordnade efter lägst medelvärde av validerings-MAE över sexfaldig korsvalidering.

#	Nätverksarkitektur	Aktiveringsfunktion	Inläringsschema	Förlustfunktion	Indatavarianter	Norm.	Enhet	Val.-MAE
1	128-128-128-128-128-128	GELU	Fast	MAE	Base+logs	Ja	MeV	0.000488279
2	256-256-128-128-64	GELU	Fast	MAE	Base+logs	Ja	MeV	0.000502406
3	256-256-128-128-64	GELU	Fast	MAE	Base+dist+logs	Ja	MeV	0.000511529
4	128-128-128-128-128-128	GELU	Fast	MAE	Base+dist+logs	Ja	MeV	0.000527845
5	256-256-128-128-64	GELU	Halvering vid plåtå	MAE	Base+logs	Ja	MeV	0.000539424
6	256-256-128-128-64	SiLU	Fast	MAE	Base+dist+logs	Ja	MeV	0.000571856
7	256-256-128-128-64	GELU	Fast	Viktad MAE	Base+logs	Ja	MeV	0.000585161
8	256-256-128-128-64	GELU	Fast	MAE	Base	Ja	GeV	0.000587064
9	256-256-128-128-64	GELU	Fast	MAE	Base	Ja	MeV	0.000595781
10	256-256-128-128-64	GELU	Cosschema	MAE	Base+dist+logs	Ja	MeV	0.000599486

4.0.2 Rmin/Rmed/Rmax

Figurer

4.0.3 AI-LFG (QE)

Figurer

5

Diskussion

Neurala nätverket använde sig utav 8 ab initio-beräknade datapunkter med q från 50 MeV till 400 MeV, med steg av 50 MeV. Vidare, ett intervall av 4001 punkter i ω för respektive q -värde. Det innebär att mängden inlärningsdata för det neurala nätverket var begränsat. Det direkt påverkar resultatet av nätverket och begränsade precisionen, specifikt vid ovanliga fenomen i responsfunktionerna vid låga värden av ω . För ett förbättrat resultat hade ytterligare ab initio-beräknade datapunkter varit nödvändigt. Eftersom det hade gett mer data för träningen, men dessutom introducerat möjligheten att ha ett set av valideringsdata som hade hjälpt nätverket under träningsprocessen. Vidare, gett möjligheten för att testset som inte påverkar träningen och endast används som en kontroll av nätverkets prestanda.

6

Slutsatser

7

Vidare studier

Litteratur

- [1] URL: <https://www.pythia.org/>.
- [2] G. Shaw B.R. Martin. *Nuclear and Particle Physics*. John Wiley och Sons Ltd, 2019.
- [3] Christian Forssén. 13. *Neural networks. Bayesian inference and machine learning*. 2022. URL: <https://cforssen.gitlab.io/tif385-book/content/MachineLearning/NeuralNet.html> (hämtad 2026-02-13).
- [4] T. Golan, J. T. Sobczyk och J. Żmuda. "NuWro: the Wrocław Monte Carlo Generator of Neutrino Interactions". I: *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 229-232 (2012). URL: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysbps.2012.09.136>.
- [5] Ian Goodfellow, Yoshua Bengio och Aaron Courville. *Deep Learning*. <http://www.deeplearningbook.org>. MIT Press, 2016.
- [6] Tom Kennedy. *Monte Carlo Methods - a special topics course*. 2016. URL: <https://math.arizona.edu/~tgk/mc/book.pdf>.
- [7] R. Lalnuntluanga, R.K. Pradhan och A. Giri. "Probing neutrino-nucleus interaction in DUNE and MicroBooNE". I: *Nuclear Physics B* 1008 (2024), s. 116703. ISSN: 0550-3213. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2024.116703>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0550321324002694>.
- [8] Vishvas Pandey. *Neutrino-Nucleus Scattering Cross Sections at Medium Energies*. Tillgänglig 2026-02-08. URL: <https://arxiv.org/html/2511.05413v1>.
- [9] Richard Sheposh. *Interpolation (Mathematics)*. Accessed via EBSCOhost. 30 jan. 2023. URL: <https://research.ebsco.com/linkprocessor/plink?id=cb56b49e-77ec-32a3-b6d8-6812a24ead3c> (hämtad 2026-04-20).
- [10] The Editors of Encyclopaedia Britannica. *Cross section (physics)*. URL: <https://www.britannica.com/science/cross-section-physics> (hämtad 2026-04-20).
- [11] Mark Thomson. *Modern Particle Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013. ISBN: 9781107034266.
- [12] Joachim Wuttke. "Quasielastic Scattering". I: *Scattering Methods for Condensed Matter Research: Towards Novel Applications at Future Sources*. Utg. av Manuel Angst m.fl. Lecture Notes of the 43rd IFF Spring School. Forschungszentrum Jülich, 2012. ISBN: 978-3-89336-759-7. URL: https://www.fz-juelich.de/ias/jsc/EN/Expertise/High-Q-Club/_node.html.